

Title	正田先生ノ定理ニ就テ
Author(s)	高橋, 進一
Citation	全国紙上数学談話会. 70 p.19-p.21
Issue Date	1935-12-13
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74223
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

301. 正田先生ノ定理ニ就テ

高橋進一 (阪大)

Determinant 1 ナル matrix ハ commutator
ナルトイフ 正田先生ノ定理ノ極ク trivial ナーツノ
application トシテ次ノ定理ヲ証明シマセウ。

A ナル matrix ノ spur が 0 ナルトキハ e^{xA} ナ

ル matrix の commutator デアル。但し x は任意ノ
實數。

定義 = 依ッテ

$$e^{xA} = \lim_m \left(E + \frac{xA}{m} \right)^m$$

$$\therefore \text{Det. } e^{xA} = \lim_m \text{Det.} \left(E + \frac{xA}{m} \right)^m$$

然レ =

$$\begin{aligned} \text{Det.} \left(E + \frac{xA}{m} \right) &= 1 + \frac{x}{m} \sum_{k=1}^n a_{kk} + \frac{x^2}{m^2} \sum \Delta_2 \\ &\quad + \dots + \frac{x^n}{m^n} \text{Det. } A \end{aligned}$$

此処 = $\sum \Delta_2$ は二次ノ *hauptminor* ノ和、以下其レ =
準ズ。

依ッテ

$$\text{Det.} \left(E + \frac{xA}{m} \right)^m = \left(1 + \frac{x \sum_k a_{kk} + \frac{1}{m} (x^2 \sum \Delta_2 + \dots)}{m} \right)^m,$$

$$\therefore \lim_{m \rightarrow \infty} \text{Det.} \left(E + \frac{xA}{m} \right)^m = \exp. \left(x \sum_k a_{kk} \right)$$

即チ

$$\text{Det. } e^{xA} = \exp. (x \text{Sp. } A)$$

此ノ最後ノ式カラ若シ $\text{Sp. } A = 0$ ナラ $\text{Det. } e^{xA} = 1$ トナル
カラ 正田先生ノ定理 = 依ッテ e^{xA} ハ commutator ト
ナリマス。

又 Volterra-Schlesinger, 所謂 Produkt integral

$$\int_p^x (E + A dx)$$

= 就テハ

$$\text{Det.} \int_p^x (E + A dx) = \exp. \left(\int_p^x \text{Sp. } A dx \right)$$

ナル關係が成立スルコトヲ Schlesinger, Math. Zeits. 33(1931) デ証明 ヲテ 居マスカラ Sp. A = 0 ナラ Matrix A, 任意, interval = 於ケル Produkt integral ≡ 亦 commutator デス。

但シ此ノ場合, Matrix A, 其, element が函数デスカラ Sp. A ナル函数モ與ヘラレタ interval デ identically zero ナル假定ヲ必要トシマス。